

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ
КОМИТЕТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДСКОГО ОКРУГА
«ГОРОД КАЛИНИНГРАД»
МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ГОРОДА КАЛИНИНГРАДА СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №10
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
города Калининграда средняя общеобразовательная школа № 10

РАССМОТРЕНО
на ПК учителей математики
и информатики
Протокол № 8 от 22.06.2023

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ПК
_____ /Ю.С.Дементьев/
«22» 06 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор
_____ / Е.В.Лебедева /
Приказ № 310 от «23» 06 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ID 881874

учебного предмета «Вероятность и статистика. Углубленный уровень»
для обучающихся 10 - 11 классов

Калининград 2023

Пояснительная записка

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

Место курса в учебном плане

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

Содержание учебного курса «Вероятность и статистика»

10 класс

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 класс

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

Планируемые результаты освоения учебного курса

Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание: сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание: сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственное воспитание: осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание: эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание: сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание: готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание: сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и

социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания: сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

Метапредметные результаты

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.

1) Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Предметные результаты

10 класс

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

11 класс

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

Тематическое планирование
10 класс

№ п / п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов на изучение раздела			Дата изучения	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Элементы теории графов	3				ЦОС Моя школа https://lib.myschool.edu.ru/content/12610
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3	1			ЦОС Моя школа https://lib.myschool.edu.ru/content/11082
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5				ЦОС Моя школа https://lib.myschool.edu.ru/content/13025 https://lib.myschool.edu.ru/content/13025
4	Элементы комбинаторики	4	1			ЦОС Моя школа https://lib.myschool.edu.ru/content/16873
5	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5				ЦОС Моя школа https://lib.myschool.edu.ru/content/11777
6	Случайные величины и	14	1			ЦОС Моя школа https://lib.myschool.edu.ru/content/12665

	распределе ния					
Общее количество часов по программе		34	3	0		

11 класс

№ п/ п	Наименовани е разделов и тем программы	Количество часов на изучение раздела			Дата изучен ия	Электронные (цифровые) образовательн ые ресурсы
		Всег о	Контрольн ые работы	Практическ ие работы		
1	Закон больших чисел	5				
2	Элементы математическ ой статистики	6				
3	Непрерывные случайные величины (распределени я), показательное и нормальное распределени я	4				
4	Распределени е Пуассона	2				
5	Связь между случайными величинами	6				
6	Обобщение и систематизац ия знаний	11	1			
Общее количество часов по программе		34	1	0		

Поурочное планирование 10 класс

	Тема	Количество часов		
--	------	------------------	--	--

№ п/п		Всего	Контрольные работы	Практические работы	Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/12878
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/13097
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/12879
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/14205
5	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11082
6	Входная контрольная работа	1	1			
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события.	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/12335 https://lib.myschool.edu.ru/content/13025

	Формула сложения вероятностей					
8	Условная вероятность · Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/13977
9	Условная вероятность · Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/13977
10	Формула полной вероятности	1				
11	Формула Байеса. Независимые события	1				
12	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11867 https://lib.myschool.edu.ru/content/11867
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11867 https://lib.myschool.edu.ru/content/13882
14	Формула бинома Ньютона	1				
15	Административная контрольная работа за 1 полугодие	1	1			
16	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача.	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11778

	Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха					
17	Серия независимых испытаний до первого успеха	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11778
18	Серия независимых испытаний Бернулли	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11778
19	Случайный выбор из конечной совокупности	1				
20	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
21	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/12665 https://lib.myschool.edu.ru/content/12665
22	Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина	1				
23	Геометрическое распределение	1				

	ие. Биномиальное распределение					
24	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11979
25	Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/11979
26	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1				
27	Дисперсия и стандартное отклонение	1				https://lib.myschool.edu.ru/content/12464
28	Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии	1				
29	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы	1				

	независимых случайных величин					
30	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
31	Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
32	Обобщение и систематизация знаний	1				
33	Промежуточная аттестация	1	1			
34	Обобщение и систематизация знаний	1				
Общее количество часов по программе		34	3	0		

11 класс

№п/п	Тема	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1				
2	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.	1				

	Теорема Бернулли. Закон больших чисел					
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1				
4	Выборочный метод исследований	1				
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1				
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1				
8	Оценивание вероятностей событий по выборке	1				

9	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1				
10	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1				
11	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности	1				
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям	1				
14	Функция плотности вероятности показательного распределения	1				
15	Функция плотности вероятности нормального распределения	1				
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи,	1				

	приводящей к распределению Пуассона					
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции	1				
19	Совместные наблюдения двух величин	1				
20	Выборочный коэффициент корреляции	1				
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью	1				
22	Линейная регрессия	1				
23	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
24	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	1				
25	Опыты с равновероятными элементарными событиями	1				
26	Вычисление вероятностей событий с применением формул	1				
27	Вычисление вероятностей событий с применением	1				

	графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера					
28	Случайные величины и распределения	1				
29	Математическое ожидание случайной величины	1				
30	Математическое ожидание случайной величины	1				
31	Контрольная работа: "Вероятность и статистика"	1	1			
32	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1				
33	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1				
34	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины	1				
Общее количество часов по программе		34	1	0		

Учебно-методическое обеспечение

учебник: Вероятность и статистика 10-11 класс, М.: Просвещение, 2023